www.freetnbooks.com

HSM அரையாண்டுத் தேர்வு – 2025

வகுப்பு: **12**

கணிதம்

மதிப்பெண்: 90

நேரம்: 3 மணி

பகுதி - அ

சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக. 20X1 = 20

1. $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ மற்றும் $A(\text{adj } A) = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$ எனில், $k =$

(அ) 0 (ஆ) $\sin\theta$ (இ) $\cos\theta$ (ஈ) 1

2. $0 \le \theta \le \pi$ மற்றும் $x + (\sin\theta)y - (\cos\theta)z = 0$, $(\cos\theta)x - y + z = 0$, $(\sin\theta)x + y - z = 0$ மற்றும் தொகுப்பானது வெளிப்படையற்றத் தீர்வு பெற்றிருப்பின், θ-ன்மதிப்பு

(அ) $\frac{2\pi}{3}$ (ஆ) $\frac{3\pi}{4}$ (இ) $\frac{5\pi}{6}$ (ஈ) $\frac{\pi}{4}$

3. ஒரு கலப்பெண்ணின் இணைகலப்பெண் $\frac{1}{i-2}$ எனில், அந்த கலப்பெண்

(அ) $\frac{1}{i+2}$ (ஆ) $\frac{-1}{i+2}$ (இ) $\frac{-1}{i-2}$ (ஈ) $\frac{1}{i-2}$

4. $\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}\right)^{10}$ -ன் மதிப்பு

(அ) $cis\,\frac{2\pi}{3}$ (ஆ) $cis\,\frac{4\pi}{3}$ (இ) $-cis\,\frac{2\pi}{3}$ (ஈ) $-cis\,\frac{4\pi}{3}$

5. $x^3 + px^2 + qx + r$- க்கு α, β மற்றும் γ என்பவை பூச்சியமாக்கிகள் எனில், $\sum\frac{1}{\alpha}$—ன் மதிப்பு

(அ) $-\frac{q}{r}$ (ஆ) $-\frac{p}{r}$ (இ) $\frac{q}{r}$ (ஈ) $-\frac{q}{p}$

6. $x^3 - kx^2 + 9x$ எனும் பல்லுறுப்புக் கோவைக்கு மூன்று மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை

(அ) $|k| \le 6$ (ஆ) $k = 0$ (இ) $|k| > 6$ (ஈ) $|k| \ge 6$

7. $\sin^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{4}\right) - \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{3}{x}}\right) = \frac{\pi}{6}$ -ல் x என்பதை மூலமாக கொண்ட சமன்பாடு

(அ) $x^2 - x - 6 = 0$ (ஆ) $x^2 - x - 12 = 0$ (இ) $x^2 + x - 12 = 0$ (ஈ) $x^2 + x - 6 = 0$

8. $cos^{-1}x + cos^{-1}(-x)$ -ன் மதிப்பு

(அ) 0 (ஆ) π (இ) $2cos^{-1}x$ (ஈ) $cos^{-1}x$

9. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ மற்றும் $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ என்ற அதிபரவளையங்களின் குவியங்கள் ஒருநாற்கரத்தின் முனைகள் எனில்அந்த நாற்கரத்தின் பரப்பு

(அ) $4(a^2 + b^2)$ (ஆ) $2(a^2 + b^2)$ (இ) $a^2 + b^2$ (ஈ) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$

10. P என்ற புள்ளியிலிருந்து $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்திற்கு வரையப்படும் இரு தொடுகோடுகளுக்கிடையேயான கோணம் செங்கோணம் எனில் P -ன் நியமப்பாதை

(அ) $2x + 1 = 0$ (ஆ) $x = -1$ (இ) $2x - 1 = 0$ (ஈ) $x = 1$

11. $\hat{\imath} + \hat{\jmath}, \hat{\imath} + 2\hat{\jmath}, \hat{\imath} + \hat{\jmath} + \pi\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கனஅளவு

www.freetnbooks.com | FREETNBOOKS

www.freetnbooks.com

(அ) $\frac{\pi}{2}$ (ஆ) $\frac{\pi}{3}$ (இ) π (ஈ) $\frac{\pi}{4}$

12. ஆதியிலிருந்து $2x + 3y + \lambda z = 1, \lambda > 0$ என்ற தளத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளம் $\frac{1}{5}$, எனில், λ-ன் மதிப்பு

(அ) $2\sqrt{3}$ (ஆ) $3\sqrt{2}$ (இ) 0 (ஈ) 1

13. ஒருகோளத்தின் கனஅளவு வினாடிக்கு 3π செமீ^{3} வீதத்தில்அதிகரிக்கிறது. ஆரம் $\frac{1}{2}$ செ.மீ ஆக இருக்கும் போது ஆரத்தின் மாறுபாட்டு வீதம்

(அ) 3 செ.மீ/வி (ஆ) 2 செ.மீ/வி (இ) 1 செ.மீ/வி (ஈ) $\frac{1}{2}$ செ.மீ/வி

14. $f(x) = \frac{x^2+3x+2}{x-1}$ என்ற சார்பின் சாய்வு தொலைத் தொடுகோடு

(அ) $y = x + 4$ (ஆ) $y = x + 5$ (இ) $y = x + 2$ (ஈ) $y = x + 1$

15. 31 - ன் 5 ஆம் படி மூல சதவீதப்பிழை தோராயமாக, 31 - ன் சதவீதப் பிழையைப் போல் எத்தனை மடங்காகும்?

(அ) $\frac{1}{31}$ (ஆ) $\frac{1}{5}$ (இ) 5 (ஈ) 31

16. $u(x,y) = x^2 + 3xy + y - 2019$, எனில் $\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{(4,-5)}$ -ன் மதிப்பு

(அ) -4 (ஆ) -3 (இ) -7 (ஈ) 13

17. $\int_0^{2/3} \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$ இன் மதிப்பு

(அ) $\frac{\pi}{6}$ (ஆ) $\frac{\pi}{2}$ (இ) $\frac{\pi}{4}$ (ஈ) π

18. $\int_0^1 x^n(1-x)^n\,dx = \frac{1}{140}$, எனில் n -ன் மதிப்பு

(அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 4

19. $y = f(x)$ எனும் வளைவரையின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியிடத்து சாய்வு $\frac{dy}{dx} = 3x^2$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மேலும் வளைவரையானது $(-1,1)$ புள்ளி வழியாகச் செல்கிறது எனில், வளைவரையின் சமன்பாடு

(அ) $y = x^3 + 2$ (ஆ) $y = 3x^2 + 4$ (இ) $y = 3x^3 + 4$ (ஈ) $y = x^3 + 5$

20. $\frac{d}{dx}\left(\frac{d^2y}{dx^2} + 1\right) = x$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி

(அ) 2 , 2 (ஆ) 2 , 1 (இ) 3 , 2 (ஈ) 3 , 1

பகுதி - ஆ

ஏதேனும் ஏழு விடையளிக்கவும். வினாஎண். 30க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும். 7X2 = 14

21. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -6 \\ 5 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ என்ற அணித்தரம் காண்க.

22. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$ -ஐ செவ்வக வடிவில் சுருக்குக.

www.freetnbooks.com | FREETNBOOKS

www.freetnbooks.com

23. $9x^9 + 2x^5 - x^4 - 7x^2 + 2$ எனும் பல்லுறுப்புக் கோவைக்கு குறைந்தபட்சம் ஆறு மெய்யற்ற கலப்பெண் மூலங்கள் இருக்கும் எனக்காட்டுக.

24. $sec^{-1}\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ -ன் மதிப்பு காண்க.

25. $(3, 4)$ மற்றும் $(2, -7)$ என்ற புள்ளிகளை விட்டத்தின் முனைப்புள்ளிகளாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாட்டைப் பெறுக

26. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்ற வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில், $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}$ என்ற வெக்டர்களும் ஒரு தள வெக்டர்களாகும் என நிறுவுக.

27. $f(x) = x^2 - x, x \in [0, 1]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி x - ன் எம் மதிப்புகளில் வரையப்படும் தொடுகோடு x – அச்சிற்கு இணையாக இருக்கும்

28. மதிப்பிடுக. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^5 x\, cos^4 x\, dx$

29. $y = Ae^{8x} + Be^{-8x}$ எனும் சமன்பாட்டைக் கொண்ட வளைவரைக் குடும்பத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டைக் காண்க. இங்கு A, B என்பன ஏதேனும் இரு மாறிலிகள்.

30. 2மீ பக்க அளவு கொண்ட ஒரு கன சதுரத்தின் பக்கம் அதிகரிக்கும் சதவீதம் 2% எனில் கன அளவில் ஏற்படும் தோராயமாற்றத்தைக் காண்க.

பகுதி - இ

ஏதேனும் ஏழு விடையளிக்கவும். வினாஎண்.40 க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும். 7X3 = 21

31. $2x + 2y + z = 5, x - y + z = 1, 3x + y + 2z = 4$ என்ற சமன்பாடுகளின் தொகுப்பு ஒருங்கமைவு உடையதா என்பதை ஆராய்க. ஒருங்கமைவு உடையதாயின் அவற்றைத் தீர்க்க.

32. $z^2 = \bar{z}$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு நான்கு மூலங்கள் இருக்கும் என நிறுவுக.

33. $x^3 - 9x^2 + 14x + 24 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் இரு மூலங்கள் 3: 2 என்ற விகிதத்தில் அமைந்தால், சமன்பாட்டை தீர்க்க.

34. $f(x) = sin^{-1}\left(\frac{x^2+1}{2x}\right)$ -ன் சார்பகம் காண்க.

35. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற அதிபரவளையத்தின் செவ்வகல நீளம் $\frac{2b^2}{a}$ என நிறுவுக.

36. $f(x) = 3\cos x$ என்ற சார்பிற்கு $[0, 2\pi]$ என்ற இடைவெளியில் மீப்பெரு பெறும மற்றும் மீச்சிறு சிறும மதிப்புகளைக் காண்க.

37. $u(x, y) = \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x+y}}$ எனில் $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2}u$ என நிறுவுக.

38. மதிப்பிடுக. $\int_0^1 |5x - 3|\, dx$

39. வருடத்திற்கு 5% தொடர் கூட்டு வீதத்தில் ஒருவர் ரூபாய் 10,000 -த்தை வங்கிக் கணக்கில்முதலீடு செய்கிறார். 18 மாதங்களுக்குப் பின்னர் அவர் வங்கிக் கணக்கில் எவ்வளவு தொகை இருக்கும்?

40. $\vec{r} = (\vec{i} - \vec{j}) + \lambda(2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$ மற்றும் $\vec{r} = (\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) + \mu(2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k})$ எனும் ஒரு தளம் அமையாக் கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட மீச்சிறு தூரத்தையும் காண்க.

www.freetnbooks.com | FREETNBOOKS

www.freetnbooks.com

பகுதி-ஈ

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். 7X5 = 35

41. அ). $x^2 - 4x - 5y - 1 = 0$ என்ற பரவளையத்தின் முனை, குவியம், இயக்குவரை மற்றும் செவ்வகல நீளம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

(அல்லது)

41. ஆ). $y = x$ மற்றும் $y = x^2$ என்ற வளைவரைகளுக்குள் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பு R எனில் பரப்பு R-ஐ, x-அச்சைப் பொருத்து 360° சுழற்றும்போது உருவாகும் திடப்பொருளின் கனஅளவைக் காண்க.

42. அ). $(-1, 2, 0)$, $(2, 2, -1)$ என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்வதும் $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாகவும் உள்ள தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு, மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(அல்லது)

42. ஆ). நிறை M உடைய ஒரு தானியங்கி இயந்திரத்தின் இயக்கியால் உருவாக்கப்படும் மாறாத விசை F எனில், அதனுடைய திசைவேகம் v என்பது $M\frac{dv}{dt} = F - kv$ எனும் சமன்பாட்டால் குறிக்கப்படுகிறது. k என்பது மாறிலியாகும். $t = 0$ எனில் $v = 0$ எனகொடுக்கப்படும்போது v -ஐ t -ன் சார்பாக எழுதுக.

43. அ). கோடு $y = 2x + 5$ மற்றும் பரவளையம் $y = x^2 - 2x$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

(அல்லது)

43. ஆ) $sin(\alpha + \beta) = sin\,\alpha\, cos\,\beta + cos\,\alpha\, sin\,\beta$ என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.

44. அ) ஆரம் a செ.மீ மற்றும் உயரம் h செ.மீ கொண்ட ஒரு வெற்றுக் கூம்பு ஒரு மேசையின் மீது வைக்கப்படுகிறது. இதன் அடியில் மறைத்து வைக்கக்கூடிய மிகப்பெரிய உருளையின் கன அளவு கூம்பின் கன அளவைப் போல் $\frac{4}{9}$ மடங்கு என்பதைக் காட்டுக.

(அல்லது)

44. ஆ).ஒரு மலைவழியே செல்லும் சாலையின் சுரங்கப்பாதையின் முகப்பு ஒரு அரை நீள்வட்ட வடிவமாக உள்ளது. நெடுஞ்சாலையின் மொத்த அகலம் 16மீ. சாலையின் விளிம்பில் சுரங்கப்பாதையின் உயரம், 4மீ உயரமுள்ள சரக்கு வாகனம் செல்வதற்குத் தேவையான அளவிற்கும் முகப்பின் அதிகபட்ச உயரம் 5மீ ஆகவும் இருக்க வேண்டுமெனில் சுரங்கப்பாதையின் முகப்பின் அகலம் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

45. அ). $w(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2, x = e^t, y = e^t\, sin\, t$ மற்றும் $z = e^t\, cos\, t$ எனில் $\frac{dw}{dt}$ -ஐக் காண்க.

(அல்லது)

45. ஆ). $x^2 + 4y^2 = 8$ என்ற நீள்வட்டமும் $x^2 - 2y^2 = 4$ என்ற அதிபரவளையமும் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும் என நிறுவுக.

46. அ). $cos^{-1} x + cos^{-1} y + cos^{-1} z = \pi$ மற்றும் $0 < x, y, z < 1$, எனில் $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$ எனக் காண்பி.

(அல்லது)

46. ஆ). தீர்க்க : $(1 + x^3)\frac{dy}{dx} + 6x^2y = 1 + x^2$.

47. அ). பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்புகளை நேர்மாறு அணி காணல் முறையில் தீர்க்க: $2x - y + z = 7$, $3x + y - 5z = 13$, $x + y + z = 5$

(அல்லது)

47. ஆ). $z = x + iy$ மற்றும் $arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{3}$, எனில், $\sqrt{3}\,x^2 + \sqrt{3}\,y^2 - 2y - \sqrt{3} = 0$ எனக் காட்டுக..

www.freetnbooks.com | FREETNBOOKS